

採点基準

解答の正確さとともに論理的思考力を見るため、下記解答に加え途中経過を重視した採点をします。

I (1) (10点)
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -5 & a & -1 & 0 \\ 3 & 0 & a & -1 \\ 9 & 0 & 0 & a \end{vmatrix} = (a+1)(a-3)^2 = 0$$
 より、 $a = -1, 3$.

(2) (10点) $a = 2$ かつ $b = 1$ のときのみ解を持つ。

このとき、
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -s \\ \frac{1}{2}(s-t+1) \\ s \\ t \end{pmatrix} \quad (s, t \text{ は任意の実数}).$$

II (20点) 例えば、
$$P = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

III (1) (10点) $\frac{1}{8} \log|x-2| - \frac{1}{16} \log(x^2+4) - \frac{1}{8} \tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + C$ (C は積分定数)

(2) (10点) $y = e^x$ とおくと、
$$\int_{\log 2}^{\log 3} \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1} - e^{\frac{x}{2}}} dx = \int_2^3 (\sqrt{y+1} + \sqrt{y}) dy = \frac{4}{3} (4 - \sqrt{2})$$

IV (20点) $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$ を満たす (x, y) は $(x, y) = (0, 0), (1, 0)$. このうち、 $(1, 0)$ で極小値 -1 をとる. $(0, 0)$ では極値をとらない.

V (1) (10点) $\frac{e-1}{8e}$

(2) (10点) $\frac{\pi}{m-1} \left(1 - \frac{1}{2^{2m-2}}\right)$