I

(1)　初めに物体はx軸の正の方向へ進むが，ベルトの速度を超えることはできず，正の方向へ静止摩擦力を受ける。それがばねから受ける負の方向の力とつり合うことができる内は等速度運動する。　従って

$$\mu mg = k\,X_1$$

が条件。よって

答　$T_1 = \dfrac{X_1}{V_0} = \dfrac{\mu mg}{kV_0}$

答　$X_1 = \dfrac{\mu mg}{k}$

(2)　時刻 $t = T_1$〔s〕を過ぎると物体の速度はベルトの速度を下回り，正の方向へ動摩擦力を受ける。物体の加速度のx軸方向の成分をa〔m/s²〕とすると，運動方程式のx軸方向の成分は

$$ma = -k\,x + \mu' mg = -k(x - \frac{\mu' mg}{k})$$

となる。これは時刻 $t = T_2$までは運動が

$$x = \frac{\mu' mg}{k}$$

を中心とする単振動に従うことを表す。位置が最大あるいは最小になるとき速度は0だから，力学的エネルギー保存則から

$$\frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}k\left(X_1 - \frac{\mu' mg}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}k\left(X_0 + A - \frac{\mu' mg}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}k\left(X_0 - A - \frac{\mu' mg}{k}\right)^2.$$

これより

答　$X_0 = \dfrac{\mu' mg}{k}$

答　$A = \sqrt{\dfrac{mV_0^2}{k} + \left[\dfrac{(\mu - \mu')mg}{k}\right]^2}$

(3) 力学的エネルギー保存則から

$$\frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}k(X_1 - X_0)^2 = \frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}k(X_2 - X_0)^2$$

となるが，運動エネルギーは等しいので位置エネルギーも等しく，　$X_2 - X_0 = \pm(X_1 - X_0)$ ，時刻 $t = T_1$〔s〕を過ぎてから物体の速度が初めてV_0に等しくなるとき $X_2 - X_0 = -(X_1 - X_0)$であり，

答　$X_2 = 2X_0 - X_1 = (2\mu' - \mu)\dfrac{mg}{k}$

(4) 時刻 $t = T_1$ と時刻 $t = T_2$ で運動エネルギーが等しいので，時刻 $t = T_1$ から時刻 $t = T_2$ までに物体がばねから受ける仕事Wと，その間に物体が動摩擦力から受ける仕事の和は0になる。動摩擦力は常に大きさ$\mu' mg$で正の方向に働くので，物体が動摩擦力から受ける仕事は

$$\mu' mg(X_2 - X_1)$$

従って

答　$W = \mu' mg(X_1 - X_2) = 2\mu'(\mu - \mu')\dfrac{(mg)^2}{k}$

(5) 図(c)が適切。

理由：時刻T_1まではばねの力と摩擦力がつり合う。T_1の直後はばねの力が上回って$F < 0$だが，その後時刻T_2までは$x = X_0$を中心とする単振動に従う。$x < X_0$になると$F > 0$となり，物体が受ける力積が0になるT_2で再び速度がV_0になって力がつり合う。

他の図が適切でない理由：

図(a)は$t = T_1$のときに合力が正の値になっている。

図(b)は$t = T_2$以前に速度がV_0に戻っている。

図(d)は$t = T_2$での速度がV_0まで戻っていない。

$\boxed{\text{II}}$

(1) 力のつり合いより，

$$p_1S = p_0S + \rho bSg$$

したがって、

$$\therefore p_1 = p_0 + \rho bg$$

答　$\underline{p_1 = p_0 + \rho bg}$

理想気体の状態方程式より，

$$p_1aS = RT_1$$

$$\therefore T_1 = \frac{p_1aS}{R} = \frac{(p_0 + \rho bg)aS}{R}$$

答　$\underline{T_1 = \frac{(p_0 + \rho bg)aS}{R}}$

(2) 定圧変化なので，$\therefore W_{12} = p_1\Delta V = (p_0 + \rho bg)Sx$

一方，状態２における温度を T_2 とすると，シャルルの法則より

$$\frac{Sa}{T_1} = \frac{S(a+x)}{T_2}$$

$$\therefore T_2 = \frac{S(a+x)T_1}{Sa} = \frac{S(a+x)(p_0 + \rho bg)}{R}$$

また

$$Q_{12} = \frac{5}{2}R\Delta T = \frac{5}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}R\left(\frac{S(a+x)(p_0+\rho bg)}{R} - \frac{(p_0+\rho bg)aS}{R}\right) = \frac{5}{2}(p_0 + \rho bg)Sx$$

答　$\underline{W_{12} = (p_0 + \rho bg)Sx}$

答　$\underline{Q_{12} = \frac{5}{2}(p_0 + \rho bg)Sx}$

(3) 状態４における気体の圧力 p_4 は力のつり合いより

$$p_4S = p_0S + \rho(b - y)Sg$$

$$\therefore p_4 = p_0 + \rho(b - y)g$$

また，状態３，４における気体の体積 V_3，V_4 はそれぞれ

$$\therefore V_3 = (c + a)S$$

$$\therefore V_4 = (c + a + y)S$$

したがって，仕事 W は p-V 図の面積なので

$$\therefore W_{34}=\frac{(p_3+p_4)(V_4-V_3)}{2}=\frac{(p_0+\rho bg+p_0+\rho(b-y)g)\big((c+a+y)S-(c+a)S\big)}{2}$$

$$=\frac{(2p_0+2\rho bg-\rho yg)yS}{2}$$

答　$W_{34}=\dfrac{\left(2p_0+2\rho bg-\rho yg\right)yS}{2}$

(4) 状態 5 から状態 6 は定圧変化であり，圧力はp_0である。

状態 5, 6 における温度をそれぞれ T_5，T_6 とする。

状態方程式より，

$$T_5=\frac{p_0(a+b+c)S}{R}$$

$$T_6=\frac{p_0aS}{R}$$

$$Q_{56}=-\frac{5}{2}R\Delta T=-\frac{5}{2}R(T_6-T_5)=\frac{5}{2}R\frac{p_0(a+b+c-a)S}{R}=\frac{5}{2}p_0(b+c)S$$

答　$Q_{56}=\dfrac{5}{2}p_0(b+c)S$